M A T H E M A T I K I N F O R M A T I O N
GYMNASIUM STARNBERG
FACHBEREICH MATHEMATIK NR. 11
31. 3. 1983

MATHEMATIKSEMINAR DES GYMNASIUMS STARNBERG IM BILDUNGSZENTRUM ERLANGEN DER SIEMENS AG VOM 23. BIS 25. FEBRUAR 1983

Dr. Karlhorst Meyer:

Das erste Mathematikseminar des Gymnasiums Starnberg

Das Gymnasium Starnberg beteiligt sich seit 3 Jahren mit wenigen Schülern am Bundeswettbewerb Mathematik. Der Erfolg ist groß: Fast jede bis jetzt eingereichte Arbeit wurde prämiert; 1982 sogar mit einem ersten und einem zweiten Sieger in der 2. Runde. Herr Oberstudiendirektor Dr. Zirngibl hatte die Idee, am Gymnasium Starnberg für geeignete und interessierte Schüler im Hinblick auf den Bundeswettbewerb Mathematik ein Seminar durchzuführen. Da die Anforderungen im Bundeswettbewerb nicht klein sind, schienen uns für eine solche Aktion vor allem Schüler geeignet, die im letzten Jahreszeugnis besonders gute Noten, insbesondere in der Mathematik hatten. Gleichzeitig sollte die Teilnahme auch eine Belohnung für gute Leistungen im Fach Mathematik sein.

Auf der Suche nach einer geeigneten Tagungsstätte kam uns die Siemens AG sehr entgegen: Man stellte uns Räume im "Bildungszentrum Erlangen" zur Verfügung, bewirtete uns großartig und rundete unser Seminar durch ein gut durchdachtes Rahmenprogramm ab. Allen Beteiligten von Siemens, insbesondere den Herren Thust und Dr. Groß (ZPB 62 Erlangen und München) samt deren Mitarbeitern gilt unser aufrichtiger Dank.
Aber trotz solcher Hilfe von Siemens hätten Schüler und Eltern das Seminar nicht finanzieren können, wenn nicht der Elternbeirat des Gymnasiums Starnberg einen größeren Geldbetrag zur Verfügung gestellt hätte. Wir danken hierfür recht herzlich.

Damit war aber noch nicht die Vorbereitung abgeschlossen, sie begann erst jetzt: 3 Mathematiklehrer hatten die schwierige Aufgabe übernommen, außerhalb des Lehrplans einen Gemeinschaftsunterricht vorzubereiten, bei dem 15- bis 19-Jährige mitmachen sollten. So mußten wir Teilnehmer mit äußerst unterschiedlichen Vorkenntnissen erwarten.

Zentrales Thema des Seminars war das Auffinden von Lösungsstrategien bei mathematischen Fragestellungen. Sicher konnte man dies nicht in allen Bereichen der Mathematik gleichzeitig in Angriff nehmen. Wir entschlossen uns, eine Einführung in die Teilbarkeitslehre zu geben, weil wir hier eine Möglichkeit sahen, systematisch eine Theorie aufzubauen, zu entwickeln. Als zweites Gebiet suchten wir uns die Geometrie aus, wo Systematik beim Finden von Lösungsstrategien i.a. wenig nutzt; hier hat vor allem derjenige Vorteile, der mehr weiß - Mathematik ist auch Lernfach. Also wurden einige Verfahrentricks aus-gesucht. Um das Seminar abzurunden, stellten wir vor allem unseren jüngeren Teilnehmern das Verfahren der vollständigen Induktion vor, da gerade derzeit einige bayerische Didaktiker glauben, auf dieses wichtige Beweisverfahren zukünftig am Gymnasium verzichten zu können.

Allzuleicht wird man heute in der Didaktik mißverstanden, wenn man - wie bei diesem Mathematikseminar - ein didaktisches Teilproblem, eben das Finden von Lösungsstrategien, in den Vordergrund schiebt. Dies wird verständlich, wenn man bedenkt, daß eine frühere Generation vor allem das exakte Niederschreiben von Ideen mit einer Überbetonung der Formalismen, der Symbolik pflegte, und dabei ganz vergaß, etwas zu sagen, wie man solche Ideen überhaupt erst einmal findet. Deshalb muß hier betont werden, daß trotz einer scheinbaren "Einseitigkeit" das Erlanger Seminar durchaus sich bemühte, allen Aufgaben des Mathematikunterrichtes gerecht zu werden: angefangen vom Finden von Ideen, über Praxisbezug bis hin zur exakten Niederschrift eines Beweises und anderem mehr.

Die Reaktion über das Seminar seitens der Schüler werten wir heute durchaus positiv. Alle Teilnehmer sind für eine Wiederholung des Experiments im kommenden Jahr. Es wurde der Wunsch geäußert, sich regelmäßig in der Schule zu treffen, um noch mehr Mathematik zu lernen.
Ob das Seminar zu einem langfristigen Erfolg führt, also z.B. im Hinblick auf den Bundeswettbewerb, kann heute noch nicht festgestellt werden.

Diese eingangs geäußerte Absicht war aber sicher nicht die einzige. Schon allein der Kontakt, den Schüler mit der Arbeitswelt nehmen konnten, war das Seminar wert: Wer von den Seminarteilnehmern hatte vorher eine Vorstellung von den vielschichtigen Aufgaben im Planungsbereich einer weltweit produzierenden Firma; wer wußte, daß das Nachdenken über zu schaffende Produkte heute bald mehr Arbeitsplätze als die Herstellung der Produkte benötigt. Wem war bekannt, wie viele Lehrer man bei Siemens finden kann, die eine hervorragend eingerichtete Schule besitzen, wie wir neidvoll bekennen. Insbesondere Siemensausbildungsrichtungen nach erfolgter Reifeprüfung waren für die Schüler von großem Interesse.

Auch seitens der beteiligten Lehrer soll ein Erfolgserlebnis nicht verschwiegen werden: Zum ersten Mal unterrichteten wir nur die guten Schüler; wir sahen, daß so manches der Mathematik für sie k e i n Unterrichtsgegenstand sein muß, weil sie dank ihrer Erfahrung und ihrer guten Kenntnisse z. B. Raumanschauungsprobleme (siehe Aufgabenblatt 1) auch ohne Hilfe bearbeiten können. Im Unterricht verblüfften vor allem immer wieder die jüngeren Schüler durch ihre gezielten Fragen, die erkennen ließen, daß sie der hohen Thematik folgen konnten. Sicher würde es an dieser Stelle zu weit führen, alle Konsequenzen, die uns im Hinblick auf unseren "Normalunterricht" auffielen, hier aufzulisten. Deshalb will ich mich auf drei Folgerungen beschränken:

1. Die Didaktik hat für den Unterricht vor allem Methoden zur Förderung der nicht hervorragend Begabten bereit zu stellen.

2. Um eine gewisse Schulmathematikmüdigkeit zu überwinden, versuchen Didaktiker immer wieder, leider vor allem nur für die Kollegstufe, neue Sachgebiete zu erschließen. Unser Seminar zeigte deutlich, daß hierdurch nicht die Ursache der Müdigkeit und der immer häufigeren Kritik der Öffentlichkeit am Allgemeinschulerfolg getroffen wird: Auf Grund eines gediegenen Unterrichtserfolgs der Mittelstufe kann man in der anschließenden Kollegstufe nahezu jedes Gebiet der Mathematik behandeln, wenn man es systematisch aufbaut. Wenn gerade heute bei Schulabgängern vor allem ein Kenntnisschwund im Bereich einer "Alltagsmathematik" bemängelt wird, so muß dies unweigerlich in naher Zukunft zu einer methodischen Verfeinerung im Mittelstufenbereich zur Hebung der Kenntnisse und Erfahrungen von Nicht-Hochbegabten führen.

3. Wegen 2. oder trotz 2. hat auch das Gymnasium die Aufgabe, Besonderes seinen Hochbegabten anzubieten. Dies gilt in Musik, Sport, Theater, Fremdsprachen gleichermaßen wie in Mathematik; deshalb sind die an diesem Seminar beteiligten Lehrer entschlossen, weiterzumachen.

Teilnehmer:

Leitung: Dr. Karlhorst Meyer, Studiendirektor Gymnasium Starnberg
Dr. Groß, Siemens AG, Erlangen

Aus Datenschutzgründen können weder die Betreuer der Siemens AG noch die Namen der beteiligten Schülerinnen und Schüler genannt werden.

Statistik der beteiligten 28 Schülerinnen und Schüler:

Jahrgangsstufe	9	10	11	K12	K13
Mädchen	1	2	2	2	0
Buben	4	6	7	4	0

Chronik:

23.Februar 1983

14.30 Abfahrt am Gymnasium Starnberg mit Omnibus Pavle, Gauting

17.00 Ankunft in Jugendherberge Erlangen.

17.30 Abendbrot und erster Rundgang durch Erlangen.

20.00 Einführung in das Seminar, Austeilen der Aufgabenblätter, selbständiges Problemlösen, Ende 22.00

22.15 Nachtruhe

24.Februar 1983

9.00 Begrüßung durch Herrn Dr. Groß, Siemens AG
Film "Aspekte"

9.45 Mathematikseminar:
Geometrie: Dr.Meyer
Vollständige Induktion: Herr Gnilka

13.15 Kraftwerk Union: Gemeinsames Mittagessen in Bierlachstube

14.30 Natürliche Radioaktivität, Vortrag Dipl.-Chem. Grabetz.

17.00 Rundfahrt und Rundgang durch das historische Erlangen, Führung durch Frau Sonnabend.

18.30 gemeinsames Abendessen in der Jugendherberge, anschließend Bummel durch Erlangen.

20.00 selbständiges Problemlösen, Ende 22.00

22.15 Bettruhe außer Bummel für Kollegiaten bis ?

25.Februar

8.30 Begrüßung durch den Schulleiter des Bildungszentrums Erlangen, Herrn Wenzel. Anschließend Rundgang durch Unterrichtsräume und Werkstätten.

9.30 Diskussion der Schüler mit angehenden Ingenieurassistentinnen.

10.00 Mathematikseminar:
Teilbarkeitslehre: Herr Smolka
Geometrie Fortsetzung: Dr. Meyer

13.15 gemeinsames Mittagessen: Siemens-Kasino Mozartstraße.

14.45 Mathematikseminar:
Teilbarkeitslehre Fortsetzung: Herr Smolka

16.30 Abschlußdiskussion unter der Leitung von Professor Dr. E. Golling.

17.45 Besichtigung der Wehrkirche Nürnberg-Kraftshof.

18.30 gemeinsames Abendessen: Post Kraftshof.

19.30 Rückfahrt nach Starnberg

22.00 Ankunft am Gymnasium Starnberg.

Die folgenden Aufgaben wurden am 23. 2. 1983 abends in der Jugendherberge ausgeteilt. Ein Teil der Aufgaben konnte im Unterricht besprochen werden, der Großteil war zum Selbststudium gedacht. Die beteiligten Lehrer gaben vor allem in den Abendstunden hierzu Hilfestellungen.
In der Regel waren vom "Problemelösen" die Schüler so begeistert, daß sie gar nicht glauben wollten, daß die Bettzeit immer so schnell da war.

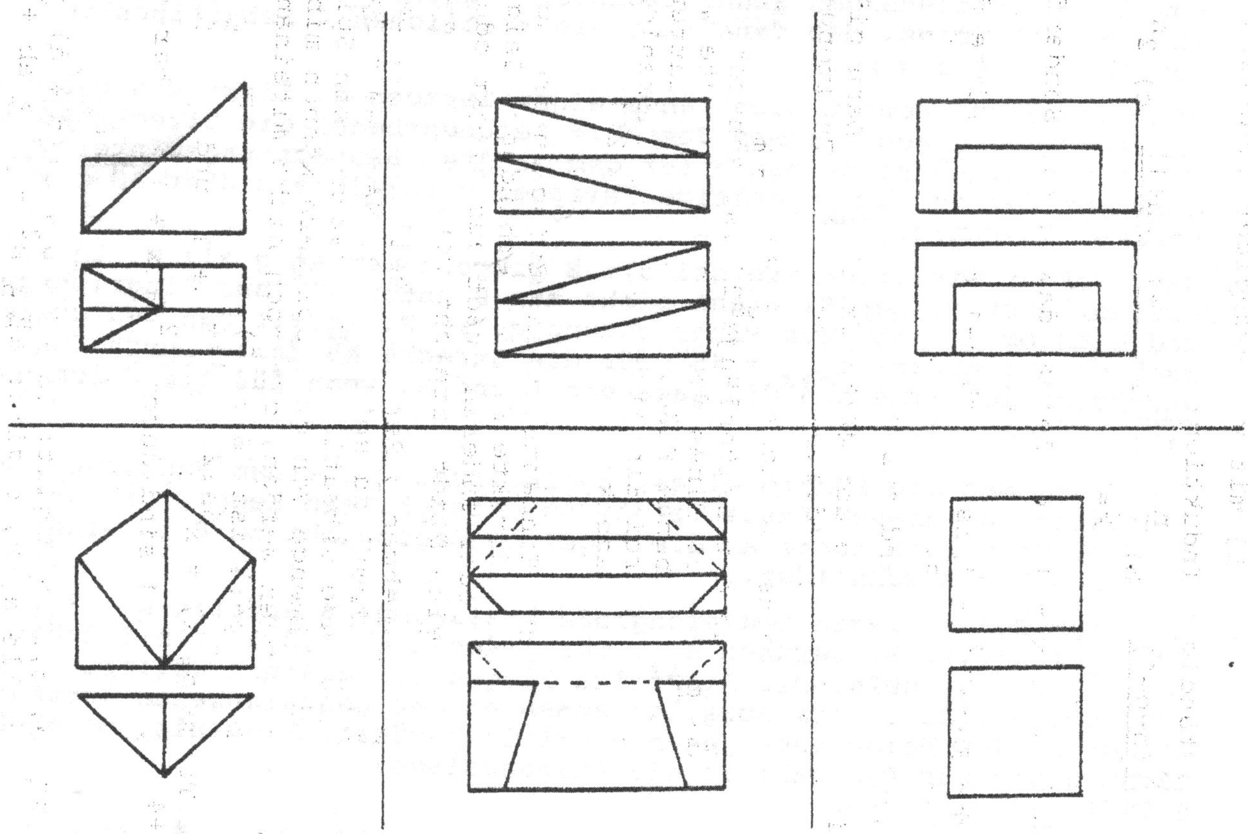
Aufgabenblatt 1: Geometrie

A Raumvorstellung:

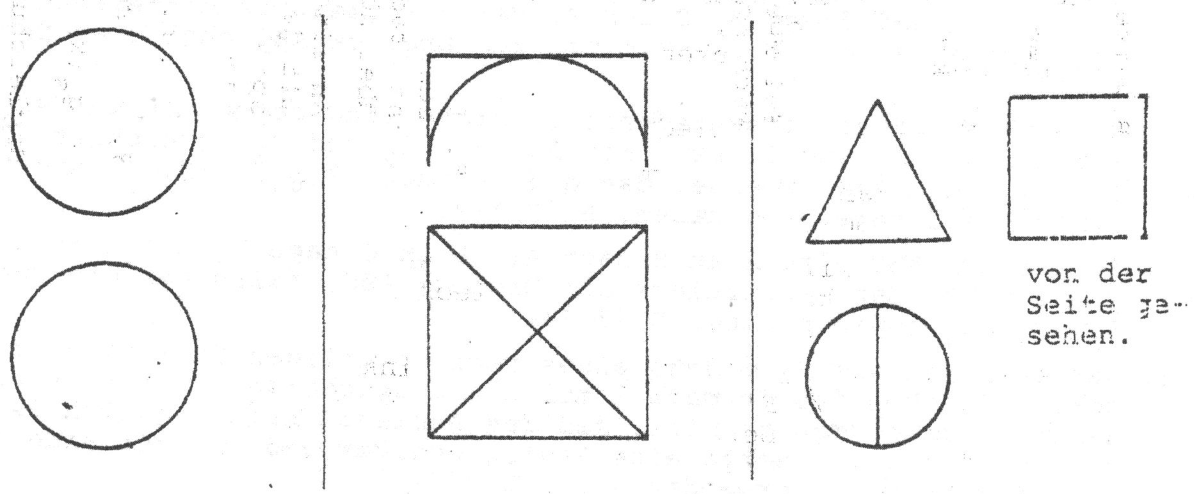
Die folgenden Aufgaben werden im Seminar nicht besprochen; damit alle Schülerinnen und Schüler sich an den Beispielen üben können, empfiehlt es sich, die eigene"Lösung" erst nach Rücksprache mit einem Lehrer bekannt zu geben.

Die folgenden Skizzen zeigen Körper von oben und von vorne gesehen. Skizzieren Sie Schrägbilder dieser Körper; beachten Sie, unter Umständen gibt es mehrere Lösungen; versuchen Sie für Ihre Lösung eine Begründung zu finden.

a) die folgenden Körper sind begrenzt von ebenen Flächen:



b) die folgenden Körper sind von krummen Flächen begrenzt:



Aufgabenblatt 2: Geometrie

B Aus der Trickkiste:

Die folgenden Aufgaben spielen am 24.2. im Unterricht eine Rolle. Alle Probleme sollen in der Anschauungsebene gelöst werden. Man darf diese in den Anschauungsraum einbetten.

a) Wie findet man exakt die gemeinsamen Tangenten an 2 Kreisen (Fallunterscheidung!).

b) Gesucht wird ein Kreis, der zwei gegebene Geraden und einen gegebenen Kreis berührt.

c) Zwei von vier Kreisen schneiden sich jeweils in 2 Punkten so, daß von den 8 entstehenden Schnittpunkten 4 auf einem weiteren Kreis liegen. Man zeige, daß dann auch die restlichen 4 Schnittpunkte auf einem Kreis sind.

d) Ein Düsenjäger bewegt sich längs einer Geraden g. Links von g liegt in einer mit g gemeinsamen Ebene (= Zeichenebene) die Strecke $\overline{AB}$. Man beweise: $\overline{AB}$ sieht man unter dem größten Beobachtungswinkel α_{max} dort, wo der zu α_{max} gehörige Peripheriewinkelkreis über $\overline{AB}$ die Gerade a berührt.

e) Die gleiche Situation wie bei d): B liege näher an g als A. In einem ersten Punkt P_1 der Flugbahn sieht man B unter 30^o zur Flugrichtung g und A unter 60^o zur Flugrichtung g. In P_2 stellt man den größten Beobachtungswinkel $\alpha_{max} = 45^o$ für die Strecke $\overline{AB}$ fest. Durch Konstruktion bestimme man die Lage von A und B, wenn für die Zeichnung $\overline{P_1P_2} = 8$ cm ist.

f) Verbindet man die Punkte eines Kugelkreises mit einem Kugelpunkt P der nicht auf diesem Kreis liegt, so entsteht ein Kegel, der sich mit der Tangentialebene an die Kugel im Gegenpunkt zu P in einem weiteren Kreis schneidet.

g) In einer Ebene liegen n gleichgroße kreisrunde Bierfilze $B_1, B_2, \ldots, B_n$ $(n \geq 3)$. B_i berührt B_{i+1} für jedes $i \in \{1,2,3,\ldots n\}$; dabei soll $B_{n+1} = B_n$ sein. Die Bierfilze liegen so, daß ein weiterer gleichgroßer Bierfilz B beim Abrollen außen an der geschlossenen Kette der Bierfilze der Reihe nach jeden Bierfilz berührt. Wieviele Umdrehungen macht B bis zur Rückkehr in die Ausgangslage?
B 71/1

h) Im Dreieck ABC sei P ein Punkt auf der Seite AB, Q ein Punkt auf der Seite BC und R ein Punkt auf der Seite AC. P, Q und R seien nicht Ecken des Dreiecks. Betrachtet werden Kreise durch A, P und R, durch B, P und Q und durch Q, C und R. Man beweise: Die Mittelpunkte dieser drei Kreise sind die Ecken eines zum Dreieck ABC ähnlichen Dreiecks.
B 80/2/3

i) Die Ecken zweier verschiedener Quadrate sind gegen den Uhrzeigersinn mit A_1, B_1, C_1 und D_1 bzw. mit A_2, B_2, C_2 und D_2 bezeichnet. Dabei ist $A_1 = A_2$. Man beweise, daß die Geraden (B_1B_2), (C_1C_2) und (D_1D_2) einen Punkt gemeinsam haben. B 79/1/2.

j) Im Dreieck ABC wird A an B nach A_1, B an C nach B_1 und C an A nach C_1 gespiegelt. Man konstruiere das Dreieck ABC, falls nur die Punkte A_1, B_1, C_1 gegeben sind. B 78/1/4

k) Zum Auslegen des Fußbodens eines rechtwinkeligen Zimmers sind rechteckige Platten des Formats 2 mal 2 und solche des Formats 4 mal 1 verwendet worden. Man beweise, daß das Auslegen nicht möglich ist, wenn man von der einen Sorte eine Platte weniger und von der anderen Sorte eine Platte mehr verwenden will. B 72/2/3